サーベイ論文

カントの数学論について

飯塚　一*

序

周知の通り『純粋理性批判』序論で、カントは数学をアプリオリな綜合判断だと主張している (B14f.) (1)。また「超越論的方法論」では数学が「概念の構成からの理性認識」として最終的に定式化されており、これが「アプリオリな綜合判断」としての数学の内実であると考えられる (A713/B741)。しかしこの「構成」が何であるかをめぐっては、諸々の議論がある。本稿ではこの「構成」概念を中心に据えて、カントの数学論をめぐる諸論点を、みていく。筆者が思うに、主要な論点は次の３つである。第一に構成のアプリオリ性について（２節)、第二に数学における直観の役割について（３節)、そして最後に「記号的構成」についてである（４節）(2)。本稿では諸論点を閲するに先立って、一般に「構成」とは何かをみていく（１節)。

1.　構成と直観について

『純粋理性批判』の「超越論的方法論」でカントは次のように語る。

> 哲学的認識は概念からの理性認識であり、数学的認識は概念の構成からの理性認識である。しかし、或る概念を構成するとは、その概念に対応する直観をアプリオリに描出することである。(A713/B741)

この引用からまず明らかなのは、哲学と数学との区別が「直観」にかかわる、という点だ。カントは対象を受容する能力たる感性を、能動的に思惟する能力たる悟性と区別する。感性は表象を受容し、それを悟性へと与えることのできる唯一の能力である。感性に与えられる表象が直観、悟性がもたらす表象が概念と呼ばれる。両表象は異なる能力に由来するゆえに質的に異なる表象である。そして直観と概念の両者が揃うことで、客観的な認識が可能となる (Vgl. A50f. / B74f.)。さて直観はとくに客観的実在性のために必要とされる。われわれの認識あるいは概念が意味と意義を有するためには、その認識・概念が対象とかかわり得るのでなければならない (Vgl. A155/B194)。つまり認識・概念が客観的実在性を得るためには、その概念の対象が何らかの仕方で与えられ得るのでなければならない。ところで対象は、直観においてのみ概念に与えられ得る。だから直観は、いわば客観的実在性の規準である。

さてカントによれば哲学とはたんなる概念からの認識であり、直観にはかかわらない。つまり哲学的認識は、直接的な仕方で客観的実在性を証明することができない。しかるに数学は構成をつうじて、「その概念に対応する直観」にかかわる。それゆえ数学は、直接的な仕方で、客観的実在性を示すことができる。しかも或る概念を構成する際、「この概念に従属するあらゆる可能的直観に対する普遍妥当性」(A713/B741)が表現されねばならないとされる。つまり概念の構成はアプリオリである。「アプリオリ」とは、経験に依存しないことであり、それゆえ必然的かつ普遍的なことである(Vgi.B2-4)。したがって＜数学的認識とは、必然的かつ普遍的に、その概念・命題の客観的実在性を示すことのできる認識である＞と、カントは主張していることになる。

「概念の構成」の具体例としてカントが挙げているのは、＜三角形の内角の和が直角に等しい＞ことの証明である (Vgl. A716-17/B744-45)。数学者は、ただちに「ひとつの三角形を構成することから始める」(ibid.)。しかる後に補助線を引くなどとして、その図形をもとに諸々の性質を証明してみせる (ibid.)。しかも構成によって「普遍妥当性」が表現されるので、その証明はアプリオリに遂行される。

この例からわかるように、少なくとも幾何学における「構成」の典型例は、「作図」である。この点にかんしては、多くの解釈者たちの間でコンセンサスが取れているといって良い。とくに「論証」と「定義」という２つの点からカントの作図を特徴付けることができる。

第一にカントによれば、数学者は「つねに直観によって導かれた推論の連鎖をつうじて」(A717/B744) 問題を解決する、とされる。つまり「直観」および「構成」は、幾何学の論証において重要な役割を果たす。Hintikka (1967) によれば、カントの数学理論における直観および構成という語は、ユークリッドの『原論』と結びつけて理解されねばならない(3)。ユークリッドの論証はおもに２つのステップから成る。ひとつは特定の図形を「作図」するステップである。いまひとつはその作図された図形をもとに、それ以上の作図を為すことなく、公理および既知の定理から分析的に推論を重ねるステップである。Hintikka によれば、カントが「構成」で意味していたものは、この前者のステップのことだ。幾何学者はまず必要とされる図形を作図する（たとえば、ひとつの三角形を作図する）。また与えられた図形を考察するだけでは不十分であるので、推論ステップに入る前に補助線の導入が続く（その三角形の一辺を延長する）。このように幾何学の論証における構成とは、作図的操作によって図形を導入することである、といえる(4)。

さて第二に、構成は、定義においても重要な役割を果たす。数学的定義は、「生成的定義」であり、かつ「実在的定義」だとされる。『論理学講義』によれば生成的定義

とは、「その対象がアプリオリに具体的に描出され得る」ような定義である (9 : 144)。カントにとって数学的定義は、たんに概念の特徴を列挙するようなものではない。与えられた定義にしたがって、実際に図形を描くことができなければならない。つまり円や三角形の定義にしたがって作図が可能でなければならない。「直観を描出する（darstellen）」ことは、まさに図形を描くこと、あるいは作図することを含意する。また数学的定義は、「実在的定義」だとされる。つまり定義された対象が、実際に存在するのでなければならない。われわれは「二直線によって囲まれる図形の概念」、いわば二角形の概念を定義することができる (A220/B268)。なぜなら二角形の概念は論理的には可能であるからだ。しかし二角形の概念は客観的実在性を有さない。つまり二角形概念に対応する直観は存在しないし、それゆえ作図することができない。こうして論理的には可能であるが、客観的実在性を有さない概念が存在する。そして数学的定義は、たんに論理的に可能なだけでなく、客観的実在性を有するものでなければならない (Vgl. A241f., 8:191)。以上のように数学的定義は、その対象を作図可能であり、それゆえ客観的実在性を有するような定義である。

こうして「構成」は、数学の論証においてはその妥当性を示すために必要とされ、数学の定義においては、その概念の客観的実在性を示すために必要とされる。いずれにせよ（作図としての）構成は、幾何学的概念に対応する図形を、実際に描くことである。そしてそれゆえに、幾何学的構成は、直示的構成とも呼ばれる (A717/B745)。

2.　構成とアプリオリ性

以上見て来たように、幾何学における構成は、作図と結び付けられる。しかし「構成」がカントの思想体系において占める位置を考察すると、幾つかの難問が生じる。第一に、「アプリオリに描出する」といわれている点が問題となる。カント自身認めるように、個々の描かれた図形は経験的でしかない (A714/B742)。われわれは、完全な直線や円なるものを描くことはできず、つねに偶然的要素を含む図形のみを相手にする。このように経験的に与えられた図形から、いかにして普遍的な性質を表現可能であるのか。Kitcher (1975) の指摘するように、もし＜図形から諸性質を見て取る＞のであれば、このことは上手くいかない。なぜなら図形のアプリオリな性質は、偶然的な性質と峻別される形で、図形から読み取られるのでなければならないからだ(5)。そのためにわれわれは必然的性質と偶然的性質の区別を、前以て知らねばならない。そしてこの問題を解決するために、カントは「図式」に訴える(6)。

図式とは「ある種の普遍的概念に応じてわれわれの直観を規定する規則」(A141/B180) を意味する。あるいは「或る概念にイメージを与える構想力の普遍的な手続き」にか

んする表象である (A140/B180)。たとえば三角形の図式が意味するのは、「空間における純粋形態にかんする、構想力の綜合の或る規則である」(ibid.)。強調しておきたいのは、図式は概念ではないが、かといって「心的イメージ」のようなものではなく、或る種の「規則」である、という点だ。たとえば数「1,000」の図式は、1,000 個の物の集合を表象する「方法の表象」である (A140/B179)。われわれは 1,000 個の要素からなる集合を、心の中で一挙にイメージすることはできない。しかし 1,000 個の要素の集合がいかなるものかと問われれば答えることができる。またそのような集合が与えられたら、じっさいに数えることができるだろう。

概念は直観とかかわるために、この図式を介さねばならないので、構成における「概念に対応する直観」とは、概念の図式規則にしたがう直観である(7) 。そしてカントによれば、われわれ自らが規則を＜置き入れる＞ゆえに数学はアプリオリである(8) 。つまり我々は、予め自ら選択した規則に注目し、偶然与えられる規則は等閑視する(9) 。

さて以上を踏まえて、構成のアプリオリ性にかんする２つの解釈があり得る。第一の解釈は Friedman (1992) によるものだ。彼によると数学において構成は、論証の各々のステップでの図式規則の適用可能性のチェックという役割を果たす。そしてこの場合、Kitcher が問題とするような＜性質を見て取る＞という心理的作用は前提されていない。たとえばユークリッド『原論』第１巻命題 20（三角形の２辺の和は他の１辺よりも長い）を考えよう(10) 。このときまず、三角形概念の図式規則が適用され、図形が作図される。つづいてその三角形の一辺を或る点まで延長するステップが続く。このときわれわれは要請（線を延長せよ）に対応する構成をなす。そしてその構成が実際に可能であることをチェックする。さらにその点から、三角形の残りの点への直線が構成可能であることをチェックする。あとは所与の性質と諸定理から、演繹的に命題の主張が帰結する。

この論証プロセスにおいて、われわれは直線概念に対応する直観を描出する規則、つまり図式規則が三角形に適用可能かどうかをチェックしているにすぎない。直観は、図形から帰結する性質を読み取るために必要とされてはいない。そして Friedman によれば直観は、直線が構成されることを保証するのであって、直観特有の性質をわれわれに呈示しているのではない(11) 。

第二に Shabel (2003) や Manders (2008) による図形の性質に訴えた解釈がある。Manders は図形の２つの特徴を区別する。ひとつは線や角などの相等性/不相等性といった計量的関係である。いまひとつはその諸量によって定まる位相的関係である。たとえば先の証明において使用される三角形の特殊な計量的特徴（その三角形の辺の長さや角の大きさ）は、その証明において役割を果たしていない。対照的に、延長された図

形が成す角などの性質は、その証明にとって本質的である。つまり後者の性質に訴えることで、我々は任意の特殊的三角形に妥当する命題を証明可能である。 Manders によれば、後者の性質は、図形の歪曲のもとで一定であり、それゆえ個体的で経験的なものとは独立して語り得る。

Friedman (2012) はこのような解釈では不十分だと指摘している。たしかに実際に描かれた図形は、図式規則を表現する。しかしこのことはたんに、経験的図形が、アプリオリな構成に「したがって」描かれるからにすぎない。それゆえ図形に実際に含まれている性質は、カントの構成がアプリオリであることの帰結ではあるが、本質的ではない。同様のことを Winterbourne (2007) も指摘している。彼によれば、図式は、構成された図形から読み取られるべき情報の一切を含まねばならない。さもなければ（自分で選択して置き入れた規則以外に）経験的に与えられる情報が読み取られることになるだろうからだ。したがって或る概念の図式規則は、（数学において必要な）その概念の構成たる図形に関するすべての情報を含意する。そして Friedman や Winterbourne はカントの数学にとっては図式こそ必要なのであり、空間において実際に構成することは不要だと結論する。

Mander・Shabel と Friedman・Winterbourne の２つの解釈の違いは微妙なものであるが、決定的なものである。両者ともに直観から得られる性質ではなく、我々が直観に宛てがう規則こそが、カントにとって重要だったという点で一致してはいる。しかし Shabel は純粋直観を、個別的で感性的な「対象」だと考えている。つまり図式の適用と対象（空間的関係）の成立は同時であり、構成的作用によって導入された特徴を直観のうちに見ることが（潜在的にであれ）可能的でなければならないと考える。

3.　直観の役割

第二に議論の的となっているのは構成における直観の役割である。われわれは原始命題（定義・公理）と論証のいずれを強調するかで２つの立場を区別することができるだろう。第一に定義・公理 における直観の役割を強調する立場がある。この立場の解釈者としては Beck (1956)、Martin (1972)、最近では Carson (1999) の名を挙げることができるだろう(12)。この立場の基本的見解は以下のようにまとめることができる。カントによると証明されるべき命題は、その諸前提が綜合的である場合に、自身もまた綜合的である (B15)。そして公理とは、「直接的に確実である限りにおいてのアプリオリな綜合的原則」のことである (A732/B760)。だから数学が綜合判断だと言われるのは、公理が綜合的だからだ。そして数学の公理は、感性的直観の諸制約をアプリオリに表現するといわれる (A165/B204)。したがって彼らによると、公理・定義に客観

的実在性を与えることが直観の役割であった。そして数学は、つねに直観と結びつくゆえに、客観的な真理を追究することができる学問である、と解釈される。

これに対して論証における直観の役割を強調する解釈者たちは、客観的実在性は二次的な事柄にすぎないと考える。そして構成における直観の役割とはたんに論理学の不備を補うことにすぎず、それゆえカントが現代論理学を知っていれば、直観を数学に結び付けなかっただろうと主張する。

このような解釈の代表者としてはHintikka と Friedman の名を挙げるべきだろう。Hintikka(1967) は、『論理学講義』で「直観とは個別的な表象（repraesentatio singularis）である」と定義されているのを論拠に、個別的なものとして表象される一切が、直観である、と論ずる (9 : 91)。現代的にいえば、直観とは単称項（singular term）として役立つ表象のことなのだ。だからたとえば言語的な表象としての固有名なども、一種の直観と見なされるべきと、彼は考える。そして述語論理学での $\exists x f(x)$ から fa を導く存在例化規則が、構成であり、その規則における自由変数 a が直観である、と解釈される。この解釈には様々な亜種[13] があるが、基本的には＜一般項としての概念と単称項としての直観＞が対比される[14] 。

Hintikka のこの解釈には多くの批判が加えられている[15] 。もっとも正鵠を得た批判は、Thompson (1972) によるものだろう。Thompson によれば、カントにとって単称定項はすでに概念的要素を含まざるを得ず、それゆえ直観単独では単称項の役割を果たし得ない。つまり直観と概念を、単称性と一般性の区別として特徴づけることはできない。じっさい Smit (2000) の言うように、直観と概念とは各々質的に異なる徴表から成る表象なのであって、一方が他方の例化といった関係にあるのではない。また Domski(2010) や Carson(1999) のいうように、あきらかにカントは「構成」を「図式」や「純粋直観」（時間と空間）と結びつけて考えているので、その点を考慮しない解釈は斥けられるべきだろう。

図式や純粋直観を考慮に入れた上で、Hintikka の系譜に属する解釈者として、Friedman(1992) がいる。彼は、種と類のヒエラレルキに基づく当時の論理学は、＜量化子依存関係＞および＜計算＞を十全に表現できなかった点に注目し、直観としての空間と時間が論理学の不備を補うと主張する。第一に、当時の論理学は $\forall x \exists y (R(x, y))$ のような量化子依存の関係を表現できない。それゆえ幾何学に必要とされるような無限性・連続性を表現することができない[16] 。しかるにカントによれば「空間は無限に与えられた大きさとして表象される」(B39f.)。それゆえ空間観念は論理学の不備を補うために数学に必要とされたと、Friedman は考える。第二に、計算においては $f(f(f(x)\cdots$) といった反復的な関数操作が可能である。当時の論理学は「x は偶数である」のよう

な主語-述語関係を扱うだけで、この反復性を表現できない[17]。それゆえ Friedman によれば、カントは反復的な関数操作を（空間と同様）時間観念で表現した。こうして Friedman によれば、構成における直観（とくに時空）の役割は、論理学の不備を補うことであり、そしてそれに尽きる。したがって構成における直観の役割は、現代論理学の内部に還元可能である、と結論される。

以前までのカント数学論の諸研究は、以上２つの立場をめぐって論じられることが主であった。しかし最近の解釈者たちは、＜直観の役割は数学的証明において果たす機能である＞という観点をとらない傾向にある[18]。なかでも最近のカント数学論の研究で最も注目すべき解釈者として、Sutherland(2004) を紹介しておこう。彼によればカントにとって直観の主要な役割は量を表象することであり、そしてその量論はギリシア数学の比例理論に強い影響を受けている。とくに量は、同質性と合成性という２つの特徴をもっている。『原論』によれば、比が成り立つ２つの量は、同質的である。たとえば２つの線分の間には比が成り立ち、７と５０の間には７：５０の比が成り立つ、など。線分は線分と、平面は平面と、数は数と同質的である。そしてこのような同質量は、部分-全体という関係に在る。つまり諸部分の「合成」によって全体が形成される。カントの言葉にならうなら、合成の役割は、同質的なものの継起的な綜合である (B201 Anm.)。カントがこのような思想の影響下にあると論じた後に、Sutherland (2004) は数学で扱われるこのような「量」が、概念だけでは表象不可能であったと論ずる。つまり概念はつねに異種的な概念をそのもとに無限に含み得るゆえに同質的ではない。また Sutherland (2005) は概念だけでは諸部分の反復による全体関係の綜合が表象不可能であるという Friedman の見解を認める。しかしその上で、直観は数学において論理的（ないし論証的）役割を果たすのではなく、あくまで部分-全体という合成的関係を表象する役割を担っている、と主張する。

4.　算術と代数学

最後に算術および代数学における構成にかんする諸解釈をみていこう。1 節でみたように構成は作図を典型とする。しかしカントは直示的（幾何学的）構成のほかに、記号的構成があると論じている (A734/B762)。それゆえこの記号的構成とは何であり、算術・代数学にどのように結びつくかが問われねばならない。

まず＜記号的構成とは記号を構成することだ＞とする解釈者たちをとりあげよう。この立場の代表者は Parsons(1969) である。彼によれば記号的構成は、直観の対象として記号を有する構成だ。“ 0 ”,“ 1 ”,“ 2 ”,“ 3 ”,“ 4 ”…, といった数詞は、たんに自然数を示す名前なだけではない。なぜなら適切な規則を加えることで（“ 0 ”を初期要素とし、

後者関数を設定することで）、この数詞（感性的直観）自体を、自然数の構造と同型なものとして扱うことができるからだ。したがって感覚における数詞を考察することは、自然数の構造を考察することである。そして Parsons によれば、カントの「記号的構成」とは、現代の我々が証明と呼ぶところのものである。

このような解釈は、カントのテクストに論拠を有していない点で弱い。またさらに、代数学と算術をまとめて記号的構成としている点で、疑問の余地がある。出口康夫 (2011) が指摘するように、カントは算術の基本操作を「数を数える」操作・「継起的付加」だとしている (B182)。そしてまた、数えられるものの範例は、直観である。たとえば数５という特定の数概念に対応する「数えられるもの」の一つの範例は、“ ••••• ” という５つの点である (B180)。また B299 で、点や指といった「目の前に置かれる」ものが、数概念の「支え」となっているといわれる。このように数概念は数える操作をつうじて数えられる直観を生み出す。それゆえ算術における構成は、記号に対する操作というよりも、幾何学と同様、直示的な構成であり、代数学とは区別され得る。

Young (1982) は Parsons の解釈を概ね認めつつ、カントにとって算術の構成は＜数える＞ことであり、算術は記号的構成であると同時に直示的構成でもある点を強調する点で、Parsons の解釈よりも、カントのテクストと整合的であるように思える。しかし Young もまた、算術が記号を対象として有することができると認めている。そして算術と代数学の違いは、たんに抽象性や普遍性の違いにすぎないと考えているように思える。つまり算術の記号的構成は具体的な数の構成であり、代数学の構成は（変数を用いた）一般的な算術関係を扱うと考えられている。これに対して Friedman(1992) は算術と代数学との間に抽象度の差はないと論ずる。両者はともに特殊な対象領域を有さないという点で、同じ程度に一般的であり、ただ異なるのは、前者が有理数のみを扱い、後者が無理数も扱うことができるという点である(19) 。

いずれにせよ、Parsons, Young そして Friedman らは、＜記号的構成とは算術および代数学の構成であり、記号を構成することである＞と考えている点では一致している。以下ではこれに与しない論者の見解をみていこう。

代数学が特有の学問領域を有さないという点で、Shabel は Friedman と同意見である。しかし Shabel にとって「記号」は構成される対象ではない。Shabel は当時の代数学が、幾何学・算術の特定の問題を解くための一般的方法にすぎなかった点を強調する。代数学は主題を有さず、記号的構成は直示的構成（つまり算術の構成および記号的構成）の記号的表現にすぎないとされる。またそれゆえ、記号それ自体は、幾何学的・算術的対象を表象するにすぎない。だから記号的構成は、最終的には直示的構成によってその真理性を示されるべきということになる (Shabel, 2003, §3.3.)。

Sutherland (2006) もまた代数学が特定の学問領域を有さないと考える。しかし彼の場合もその理由は Friedman とは異なる。Friedman は、代数学は量の概念にしたがって思惟されるべき対象の性質を端的に捨象するというカントの主張 (A717/B745) を論拠に、記号的構成は「対象」を有さないと考えている。他方で Sutherland によれば、カントがここで意味しているのは＜異質的な諸性質の捨象＞である。そしてそのような捨象の結果として同質量が得られるのであり、代数学もまた対象（同質量）を有すると主張される。代数学独自の領域が存在しないのは、数学の対象はすべて量であるゆえに、代数学が数学の全領域にかかわるからである。

最後にカントの「算術」にかんする最近の解釈として、Hanna (2002) の解釈に触れておこう。われわれは 7 + 5 = 12 が成り立たないモデルを考えることができる（たとえば 12 個以下の要素しかない場合や、反復が不可能な場合）。この数式が成り立つためには、要素が 12 個以上存在し、かつ、反復が可能でなければならない。Hanna によれば、純粋直観たる時間がこのモデルのために役立つ。そしてカントにとって時間はわれわれの全経験をつうじて不変的なので、当該数式はアプリオリに真である。そして Hanna によれば概念を構成することは、概念をいわば意味論的に解釈することである。つまり自然数の概念や命題に対して、それが「可能的経験」においてアプリオリに真となるようなモデルへと写像することが、概念を構成することなのだ。

5.　結語

最後に全体的な傾向について触れておこう。集合論や非ユークリッド幾何学の発展以後、カントの数学思想は、Beck に代表されるように、主にユークリッド幾何学における公理の役割をめぐるものであった。その後、Hintikka や Friedman らによって公理よりも論証における直観の役割に焦点を合わせた議論が盛んとなった。そして近年では Friedman らがカントの思想を矮小化したという批判から、カント哲学全体のうちに数学を位置づけようとする傾向がある。とくに Brittan や Shabel、Anderson らは、Hintikka や Friedman らが焦点を合わせなかったライプニッツ・ヴォルフの思想に対する批判という側面に焦点を合わせている。このような研究は未だ発展途上であり、今後の進展が望まれる。

註

＊hajimimizuk@gmail.com

(1) 『純粋理性批判』からの引用や参照箇所は、第一版を A、第二版を B と表記する慣習にしたがって、その後にページ数を添えて指示する。またその他のカントの著作は、アカデミー版『全集』により、巻数: 頁数という表記によって指示する。

(2) なおこの３つの論点に加えて、カントが数学において用いる空間概念の無限性にかんして論争があるが、紙幅の都合上省いた。Friedman (2000) と Carson (1997)、または Sutherland (2006) を参照されたい。
(3) 『原論』の命題は、次のような論証ステップに区別される。a. まず一般命題が言明される。b. その言明を特定の図形に適用するステップが続く。これは「提示」と呼ばれる。c. 提示によって得られた図形に対して、「追加的構成」が為される。これは要請に基づいた補助線の作図のことである。d. このように作図された図形にかんする性質について、公理および証明済みの命題を用いて推論・証明がなされる。e. 最後に、特定の図形から得られた結果を一般化（普遍汎化）することで、「結論」に至る。そしてこの b.、c. のステップで作図が必要とされる。
(4) ユークリッド幾何学において作図は証明に必須であり、たんなる補助的手段なのではない。当時の論理学は、幾何学の厳密な証明をなすのに不十分であった。たとえば「点 C まで AB を延長せよ」といわれる際、点 C の存在が暗黙裡に前提されている。この点の存在を証明する代わりに、ユークリッド幾何学は「要請」を設ける。とくに３つの基礎操作（1. 二点を結ぶ直線を引く、2. 線分を延長する、3. 中心と線分（半径）とで円を描く）によって、必要な図形の存在が仮定・要請される (Vgl. Friedman, 1992, Chap.1, §1)。
(5) たとえば不等辺三角形を作図したとしよう。われわれはその三角形から、＜任意の三角形で内角の和は二直角に等しい＞と推論できる。しかし＜任意の三角形は不等辺である＞と推論してはならない。しかしなぜ前者を普遍汎化できて、後者はできないのだろうか。
(6) Domski (2010) によればカントは 1764 年の『自然神学と道徳の原則の判明性』時点では、この難点を解消できなかった。たとえば円の性質を認識するために我々は実際に円を描き、その図形（記号）にあらわれる諸関係を証明する。そしてその諸関係の普遍的な規則を具体的に「見て取る」とされる (2 : 278)。この際に我々は、「人は自分の眼で見るものが確実であるのと同じような信頼度をもって」、その推論や証明の妥当性を確実に知り得る (2 : 291)。しかし「私が対象を知覚する」という関係に基づく以上、その対象の確実性は主観的・経験的なものに過ぎず、幾何学の客観的確実性は疑問視される。そしてこの問題の解決のために、カントは数学を「図式」と結びつける、と Domski は考える。
(7) Kim (2006) が言っているように、立体の性質を考察するために、実際に立体を三次元的に構成する必要はないだろう。そのためには紙の上に立体を描くだけで十分である。なぜならその描かれた立体に、立体の概念の図式規則が表現されるからだ。
(8) Young (1984) のいうように、現象に概念を置き入れること、つまり構成することは、現象を解釈することと言えるかもしれない。つまりわれわれは与えられた現象を、直接的に存するもの以上の何か或る物として、解釈する（規定する）。われわれは経験的直観のうちに、任意の規定を置きいれることができる。つまりわれわれは任意の形態を規定できる。たとえば紙の上に正方形が描かれたとしよう。われわれはその図形を対角線によって分割される２つの三角形と見做すことができる。つまり描かれた正方形の形態とは無関係に、われわれが直観する作用によって、三角形が形成される。このように規定された２つの三角形は、「必然的に」相互に属し合っているわけではない (B201 Anm)。つまり紙の上にインクで描かれた正方形のように、客体として成立している形態ではない。ただわれわれが恣意的に規定したにすぎず、それゆえ私が空間を記述する純粋作用の産物である。そしてその産物は、感覚・経験的直観としては存在していない。しかしそれでも或る種の対象なのである。
(9) こうしてユークリッド幾何学の公理系がアプリオリに成り立つと、カントは主張できる。しかしもし（Kitcher が想定しているように）、ユークリッドの空間が、われわれの物理空間と同一であることを主張したいなら、さらなる議論が必要であるかもしれない。
(10) われわれはまず三角形 ABC を考える。そして辺 BA を $DA = CA$ となるような点 D へと延長する。次に線分 DC を描く。このとき二等辺三角形の性質より $\angle ADC = \angle ACD$ であり、$\angle BCD > \angle ADC$ であることが帰結する。より大きい角度は、より長い辺に対されるから、$DB > BC$ である。ところで $DB = DA + AC$ である。したがって $BA + AC > BC$、云々。

(11) すぐあとで述べるように、Friedman は直観が対象としての機能を有するという見解を退ける。彼にとって直観、とくに純粋直観たる時空の役割はあくまで数学の可能性の制約を表現することである。またそれゆえ実際に直線を描けることは、アプリオリな直観に適うことであり、だから要請に基づく幾何学的証明はアプリオリたり得る。

(12) Martin(1972) は、ライプニッツ-ヴォルフが公理をすべて定義に還元できるとしたのに対して、カントは公理論的立場を基礎付けるために「構成」を必要としたと強調する。そしてまたカントは算術の公理として可換律と結合律を考えていたと主張する。しかし Parsons が指摘しているように、このこととカントの直観とのかかわりは明瞭ではない。

(13) たとえば Beth (1956) は直観と普遍汎化との連関について論じている。また Howell (1973) は、Parsons とともに直観の直接性を重視しつつ、直観を指示代名詞と連関づけて論じる。

(14) Hintikka の解釈については、飯塚一 (2011) で詳述している。

(15) Hintikka に対する批判としては、Parsons (1969) によるものが有名である。彼によれば、カントは直観を単称性のほかに直接性という性質で特徴づけており、後者を蔑ろにするべきではない。しかし Parsons もまた Hintikka と同様、直観を或る種の単称定項とみなしている。

(16) たとえば「空間は無限に分割可能である」という命題をとりあげよう。その命題は現代だと稠密性として、$\forall x, y \exists z (x < y \rightarrow x < z < y)$ といった形式で表現されるだろう。

(17) 「x は F である」を反復適用して「「x は F である」は F である」を形成しても意味をなさない。しかるに関数“ $n+1$ ”を反復適用して形成される“ $(n+1)+1$ ”は有意味な計算である。

(18) Brittan (2006) によればどちらの立場の解釈者たちも、直観が数学の証明において何らかの「証拠」としての機能を果たすと考えている点では共通している。しかし彼によれば、カントの主眼はライプニッツを批判するにあたって、数学においてすら、たんなる概念のみでは、単称指示の対象を規定不可能であると示すことであった（この点については Thompson(1992) が詳細に論じている。カントにとって概念は、便宜上単称定項と見なされるだけである。そして理念的にはいかなる概念も、さらなる概念をそのもとに包摂可能であるので、個体を指示するような概念（最低種の概念）はあり得ない）。それゆえ直観の本質的な役割は指示（意味論的規定）にかかわると主張される。また Kim(2006) はカントの理論一般にとって、直観は対象を与えるという役割を担い、数学においてはその対象がアプリオリであるという点でだけ異なると論じている。Shabel も先にみたように、直観が数学の対象として機能すると論じている。また、Anderson (2005) は直観が指示にかかわるという点を踏まえつつ、概念のみにかかわる分析判断だけでは、ヴォルフらの数学の証明がうまくいかないことを論じている。

(19) それゆえ Friedman によれば、カントにとって記号的構成は幾何学的構成よりも主要となる。なぜなら幾何学は特有の学問領域（つまり空間の諸性質）を有するのに対して、算術・代数学は任意の計算に、つまり数学一般の規則・操作（とくに反復的操作）にかかわるからだ。

文献

Anderson, R. (2005). ‘The Wolffian Paradigm and its Discontents: Kant’s Containment Definition of Analyticity in Historical Content,’ in *Philosophie, 87*, 22-74.

Beck, L. (1956). ‘Can Kant’s Synthetic Judgments Be Made Analytic?’ in *Kant-Studien, 47*, 168-181.

Beth, E. (1956). ‘Ueber Lockes ‘Allgemeines Dreieck’,’ in *Kant-Studien, 49*, 361-380.

Brittan, G. (2006). ‘Kant’s Philosophy of Mathematics,’ in Bird, G. ed. *A Companion to Kant* (pp.222-235), Oxford: Blackwell.

Carson, E. (1997). ‘Kant on Intuition in Geometry,’ in *Canadian Journal of Philosophy, 27, 4*, 489-512.

——— (1999). ‘Kant on the Mathematics,’ in *Journal of the History of Philosophy, 37, 4*, 629-652.

Domski, M. (2010). ‘Kant on the Imagination and Geometrical Certainty,’ in *Perspectives on Science, 18, 4*, 409-431.

Friedman, M. (1992). *Kant and the Exact Sciences*, Cambridge: Harvard University Press.

——— (2000). 'Geometry, Construction and Intuition in Kant and his Successors,' in G.Sher & R.Tieszen eds. *Between Logic and Intuition:Essays in Honor of Charles Parsons* (pp.186-218), Cambridge: Cambridge University Press.

——— (2012). 'Kant on Geometry and Spatial Intuition,' in *Synthese*, *186*, *1*, 231-255.

Hanna, R. (2002). 'Mathematics for Humans: Kant's Philosophy of Arithmetic Revisited,' in *European Journal of Philosophy, 10, 3*, 328-353.

Hintikka, J. (1967). 'Kant on the Mathematical Method,' in *The Monist*, *51*, 325-375.

Howell, R. (1973). 'Intuition, Synthesis, and Individuation in the Critique of Pure Reason,' in *Nous, 7, 3*, 207-232.

Kim, J. (2006). 'Concepts and Intuitions in Kant's Philosophy of Geometry,' in *Kant-Studien, 97*, 138-162.

Kitcher, P. (1975). 'Kant and the Foundations of Mathematics,' in *The Philosophical Review, 84*, 23-50.

Manders, K. (2008). 'Diagram-Based Geometrical Practice,' in Mancosu, P. ed. *The Philosophy of Mathematical Practice* (pp.65-79), New York: Oxford University Press.

Martin, G. (1972). *Arithmetik und Kombinatorik bei Kant*, Freiburg: De Gruyter.

Parsons, C. (1969). 'Kant's Philosophy of Arithmetic,' in S.Morgenbesser, P.Suppes, & M.White eds. *Philosophy, Science and Method: Essays in Honor of Ernest Nagel* (pp.43-79), New York: Martin's Press.

Shabel, L. (2003). *Mathematics in Kant's Critical Philosophy: Reflections on Mathematical Practice*, New York & London: Routledge.

Smit, H. (2000). 'Kant on Marks and the Immediacy of Intuition,' in *The Philosophical Review, 109, 2*, 235-266.

Sutherland, D. (2004). 'Kant's Philosophy of Mathematics and the Greek Mathematical Tradition,' in *The Philosophical Review, 113, 2*, 157-201.

——— (2005). 'The Point of Kant's Axioms of Intuition,' in *Pacific Philosophical Quarterly, 86*, 135-159.

——— (2006). 'Kant on Arithmetic, Algebra, and the Theory of Proportions,' in *Journal of the History of Philosophy, 44, 4*, 533-558.

Thompson, M. (1972). 'Singular Terms and Intuitions in Kant's Epistemology,' in *Review of Metaphyics, 26*, 314-343.

Winterbourne, A. (2007). *The Ideal and the Real: Kant's Theory of Space, Time and Mathematical Construction*, Suffolk: Alima publishing.

Young, J. (1982). 'Kant on the Construction of Arithmetical Concept,' in *Kant-Studien, 73*, 17-49.

——— (1984). 'Construction, Schematism, and Imagination,' in *Topoi, 3*, 123-131.

出口康夫 (2011). 「カントとゼーグナー—カント的構成の誕生—」,『哲学論叢』, 第 38 号, 22-34 頁.

飯塚一 (2011).「カントの「幾何学的構成」について」,『哲学論叢』, 第 38（別冊）号, 25-36 頁.

〔京都大学大学院博士課程・哲学〕